

*„Matematyka jest uniwersalna:  
nie ma rzeczy, która by była jej obca”*

**Matematyka nas łączy.**

**Szkolne przygody z królową nauk –  
konferencja**



Zbigniew Porada

Doradca metodyczny- przedmioty zawodowe

Miasto Kraków, Powiat Krakowski, Powiat Olkuski.

Małopolskie Centrum Doskonalenia Nauczycieli Oddział Kraków,  
ul. Garbarska 1;

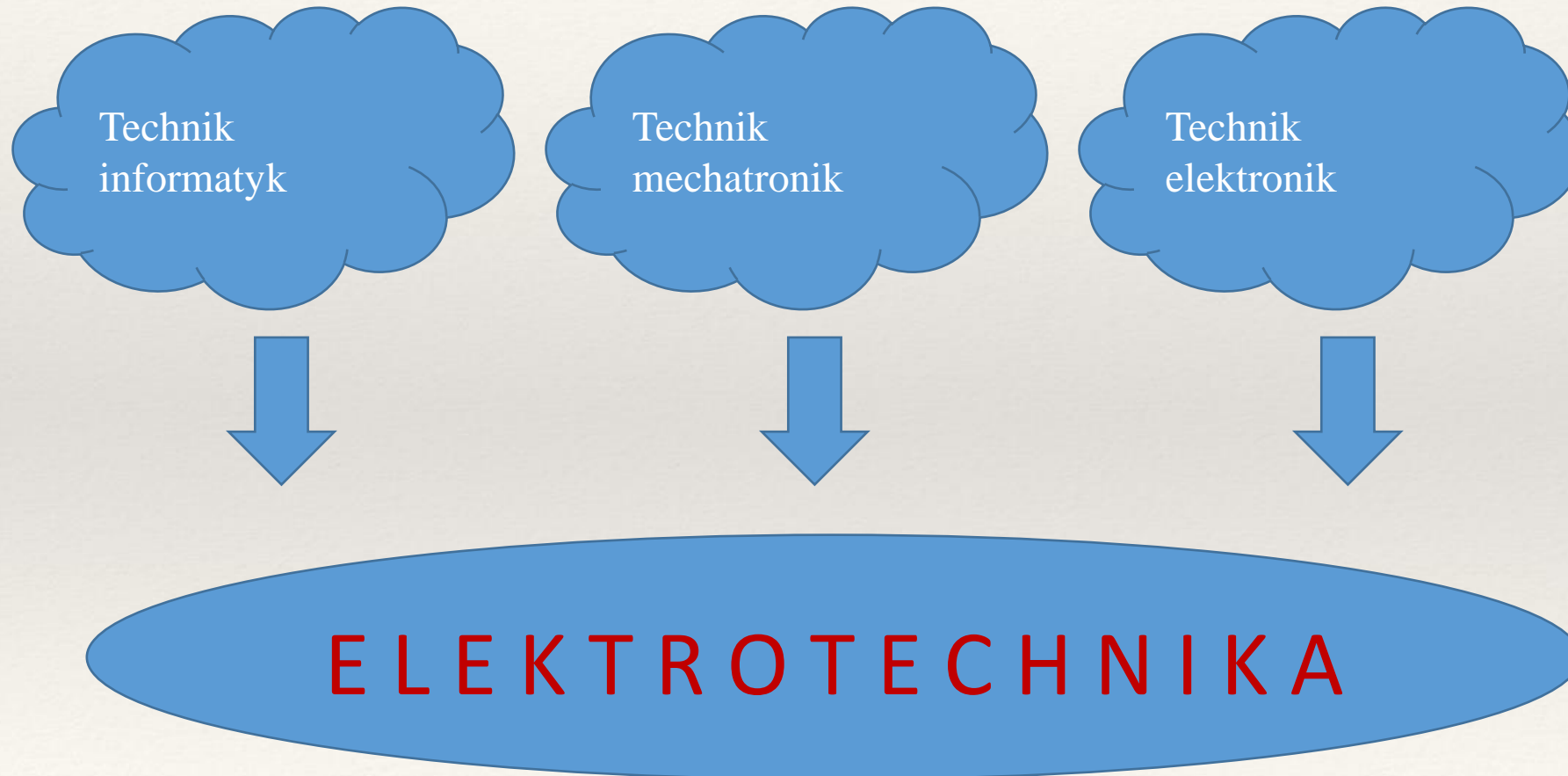
*Dyżur: środa 13.30-15.00 (lub po umówieniu telefonicznym)*

Zespół Szkół nr 1 im. Św. Rafała Kalinowskiego w Krakowie,  
ul. Ułanów 3;

**Kontakt: [z.porada@mcdn.edu.pl](mailto:z.porada@mcdn.edu.pl)**



# Matematyka w kształceniu zawodowym młodego Technika



# Elektrotechnika

Natężenie prądu elektrycznego- 1 Amper

**Ampère Andre Marie**, ur. 22 I 1775, Lyon,  
zm. 10 VI 1836, Marsylia, fizyk i **matematyk** francuski,  
twórca podstaw elektrodynamiki.

Największym dokonaniem Ampère'a były pionierskie  
badania dotyczące elektromagnetyzmu.



# Elektrotechnika

Napięcie elektryczne- 1 Wolt

**Alessandro Volta**, ur. 18 II 1745, Como,  
zm. 5 III 1827, Como– włoski fizyk, znany głównie  
ze swojej pracy nad elektrycznością. Dokonał również  
odkryć na polu elektrostatyki, pneumatyki i meteorologii.



# Elektrotechnika

## Międzynarodowy układ jednostek miar SI

### Dziesiątne krotności jednostek

Zdarza się, że zmierzona wartość jakiejś wielkości jest bardzo duża lub bardzo mała w porównaniu z jednostką w której wyraża się ta wielkość. Liczba określająca tę wartość zawierałaby wiele zer. Aby uniknąć takich sytuacji, wprowadzono w układzie SI wygodny sposób zapisu jednostek wielokrotnych i podwielokrotnych. Sposób ten polega na dołączeniu do nazwy (lub symbolu) jednostki miary jednego z przedrostków (lub jego symbolu) wyrażającego odpowiedni mnożnik dziesiątny.



# Elektrotechnika

## Międzynarodowy układ jednostek miar SI

### Dziesiętne krotności jednostek

Tabela zawiera mnożniki oraz ich nazwy i symbole aktualnie stosowane do tworzenia jednostek wielokrotnych i podwielokrotnych.

Wielokrotności			Podwielokrotności		
Mnożnik	Nazwa	Symbol	Mnożnik	Nazwa	Symbol
$10^1$	deka	da	$10^{-1}$	decy	d
$10^2$	hekto	h	$10^{-2}$	centy	c
$10^3$	kilo	k	$10^{-3}$	mili	m
$10^6$	mega	M	$10^{-6}$	mikro	$\mu$
$10^9$	giga	G	$10^{-9}$	nano	n
$10^{12}$	tera	T	$10^{-12}$	piko	p
$10^{15}$	peta	P	$10^{-15}$	femto	f
$10^{18}$	eksa	E	$10^{-18}$	atto	a
$10^{21}$	zetta	Z	$10^{-21}$	zepto	z

# Elektrotechnika

## Międzynarodowy układ jednostek miar SI

Wszystkie obliczenia należy wykonywać na wielkościach fizycznych wyrażonych w jednostkach z układu SI.

Jeśli jakaś wielkość jest wyrażona w podwielokrotności lub wielokrotności swojej jednostki miary należy dokonać zamiany.

PRZEDROSTEK	SYMBOL	WARTOŚĆ	ZAPIS
femto-	f	0,000 000 000 000 001	$10^{-15}$
piko-	p	0,000 000 000 001	$10^{-12}$
nano-	n	0,000 000 001	$10^{-9}$
mikro-	$\mu$	0,000 001	$10^{-6}$
mili-	m	0,001	$10^{-3}$
centy-	c	0,01	$10^{-2}$
decy-	d	0,1	$10^{-1}$
		1	$10^0$
deka-	da	10	$10^1$
hekto-	h	100	$10^2$
kilo-	k	1 000	$10^3$
mega-	M	1 000 000	$10^6$
giga-	G	1 000 000 000	$10^9$
tera-	T	1 000 000 000 000	$10^{12}$



# Elektrotechnika

## Międzynarodowy układ jednostek miar SI

Aby dokonać zamiany z podwielokrotności lub wielokrotności należy wartość liczbową danej wielkości fizycznej pomnożyć przez odpowiedni mnożnik np.:

$$25\text{mA} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$16\text{kV} = 16 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$125\text{mm}^2 = 125 \cdot (10^{-3})^2 \text{ m}^2 = 125 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$64\mu\text{F} = 64 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$E = 6 \frac{\text{kV}}{\text{cm}} = 6 \cdot \frac{10^3 \text{ V}}{10^{-2} \text{ m}} = 6 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$J = 30 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2} = 30 \cdot \frac{1 \text{ A}}{(10^{-3})^2 \text{ m}^2} = 30 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$

$$V = 64\text{mm}^3 = 64 \cdot (10^{-3})^3 \text{ m}^3 = 64 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$$

### Działania na potęgach

$$10^a \cdot 10^b = 10^{a+b}$$

$$\frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$$

$$(10^a)^b = 10^{a \cdot b}$$

$$\frac{1}{10^a} = 10^{-a}$$

$$\frac{1}{10^{-a}} = 10^a$$

# Elektrotechnika

## Międzynarodowy układ jednostek miar SI

$$1[\text{kV}] = \dots [\text{V}]$$

$$250[\text{mA}] = \dots [\text{A}]$$

$$150[\text{uA}] = \dots [\text{mA}]$$

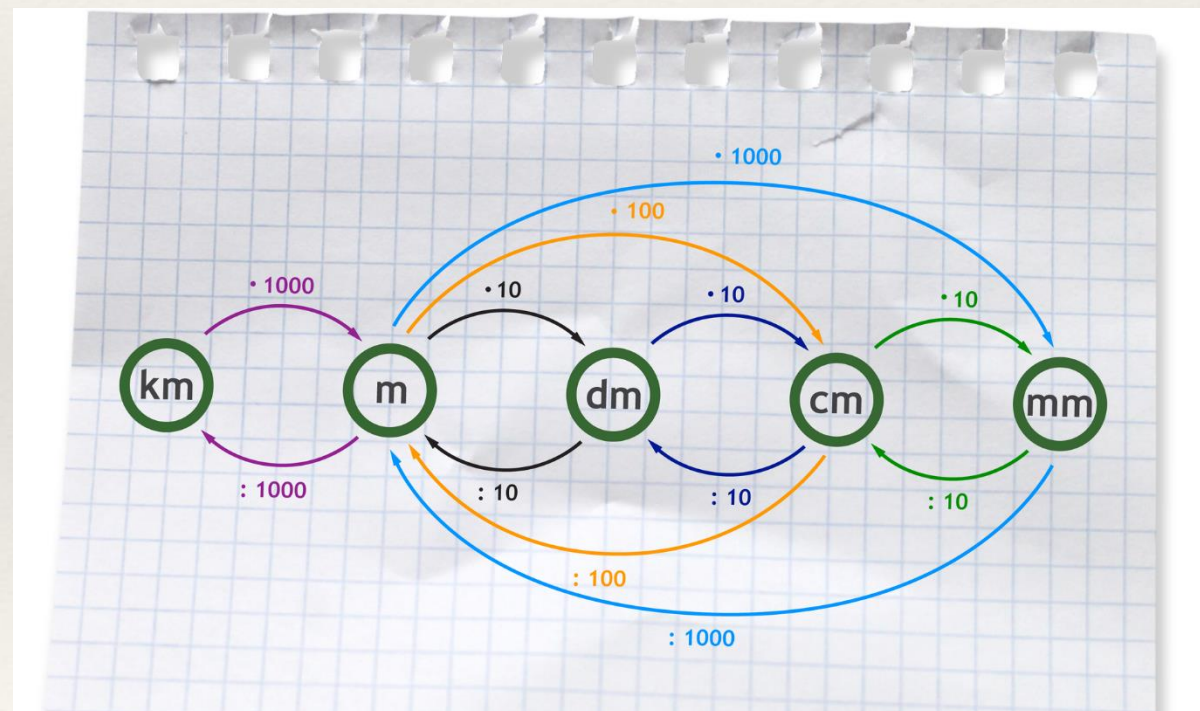
$$470000[\text{pF}] = \dots [\text{uA}]$$

$$0,125[\text{uH}] = \dots [\text{H}]$$

$$12,5[\text{mA}] = \dots [\text{kA}]$$

$$1280[\text{uF}] = \dots [\text{mF}]$$

$$0,0038[\text{H}] = \dots [\text{mH}]$$



# Elektrotechnika

## Międzynarodowy układ jednostek miar SI

$$1 \text{ kV} = 1000 \text{ V}$$

$$250 \text{ mA} = 0,25 \text{ A}$$

$$150 \text{ }\mu\text{A} = 0,15 \text{ mA}$$

$$470000 \text{ pF} = 0,47 \text{ }\mu\text{F}$$

$$0,125 \text{ }\mu\text{H} = 0,000000125 \text{ H}$$

$$12,5 \text{ mA} = 0,0000125 \text{ kA}$$

$$1280 \text{ }\mu\text{F} = 1,28 \text{ mF}$$

$$0,0038 \text{ H} = 3,8 \text{ mH}$$

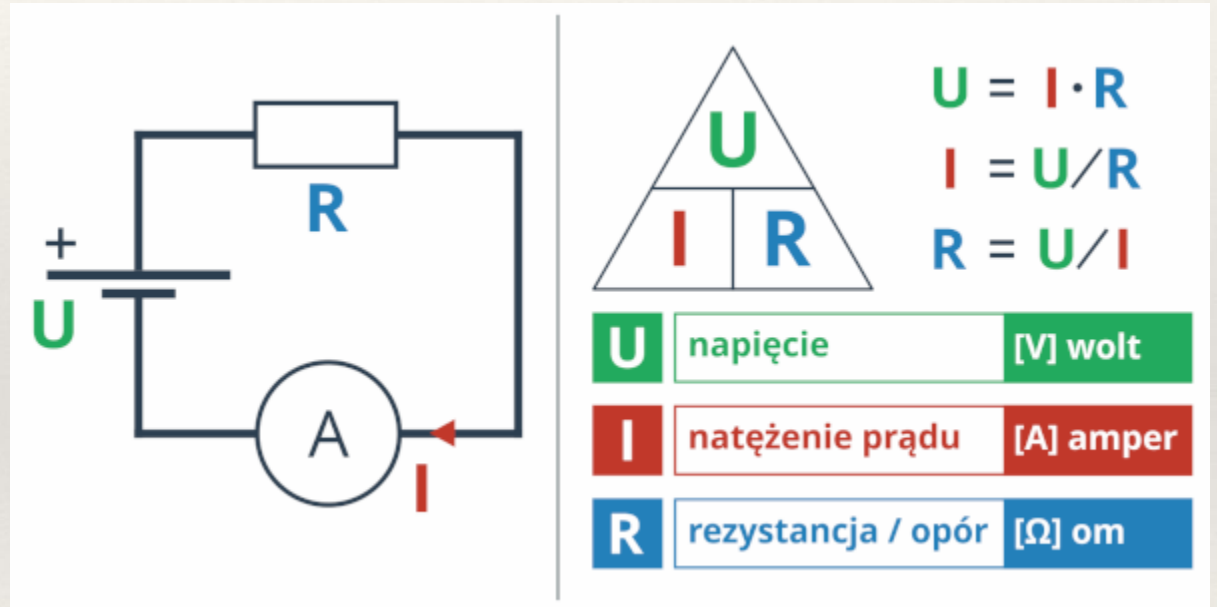
W elektrotechnice często spotykamy wielkości fizyczne o wartościach wielokrotnie mniejszych lub większych od swojej jednostki miary. Taką wielkością jest np. pojemność elektryczna, której jednostką miary jest farad (F). Farad jest pojemnością bardzo dużą. W praktyce spotykamy się z pojemnościami tysiąc, milion, miliard lub bilion razy mniejszymi. Dlatego wygodne jest posługiwanie się podwielokrotnościami oraz wielokrotnościami jednostek miar. Unikamy wtedy bardzo małych lub bardzo dużych liczb.



# Elektrotechnika

## Prawo Ohma

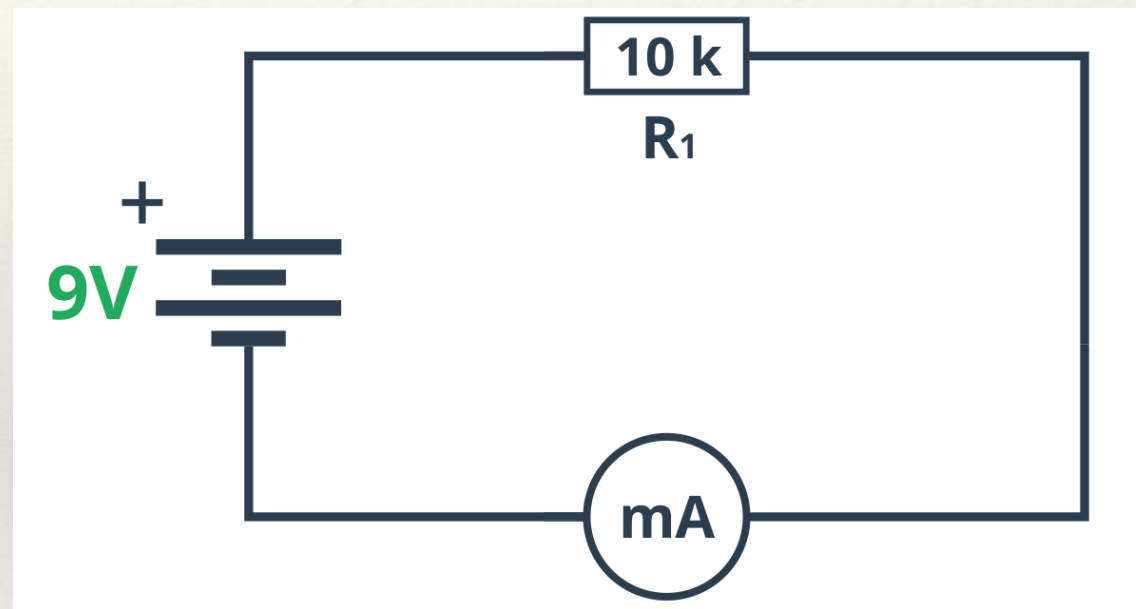
Prawo Ohma to podstawowe prawo obwodów elektrycznych głoszące, że natężenie prądu ( $I$ ) płynącego przez przewodnik jest proporcjonalne do napięcia ( $U$ ) przyłożonego do jego końców.



# Elektrotechnika

## Prawo Ohma

Sprawdźmy w praktyce, czy prawo Ohma naprawdę „działa”.  
W zestawie elementów znajduje się bateria o napięciu 9 V.  
Chcielibyśmy wiedzieć, jaki prąd popłynie, jeśli zamkniemy obwód, dołączając do niej rezystor 10kΩ.



Korzystamy z poznanych wcześniej wzorów:

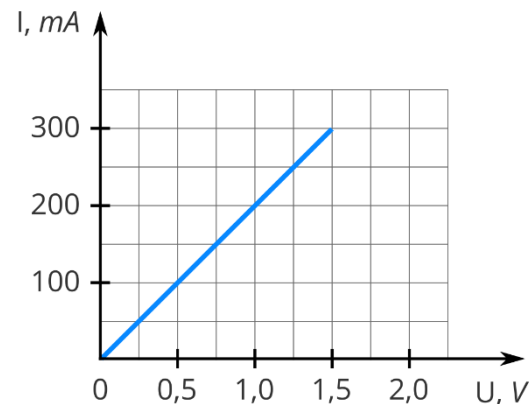
$$U = 9 \text{ V}, R = 10 \text{ k}\Omega, I = ?$$

$$I = U / R = 9 \text{ V} / 10000 \Omega = 0,0009 \text{ A} = \mathbf{0,9 \text{ mA}}$$

# Elektrotechnika

## Prawo Ohma

Wyniki pomiarów wskazują, że wzrost napięcia np. dwa razy wpływa na równoczesny wzrost natężenia prądu tyle samo razy – obie wielkości fizyczne są do siebie wielkościami **wprost proporcjonalnymi**. Widać to również na poniższym wykresie:



# Elektrotechnika

## Prawo Ohma

Przez żarówkę o oporze  $1150 \Omega$  płynie prąd o natężeniu  $0,2 \text{ A}$ . Oblicz wartość napięcia przyłożonego do żarówki.

**Rozwiązanie:**

Korzystamy z prawa Ohma:

$$I = \frac{U}{R}$$

Z tego wynika, że  $U = I \cdot R$ .

**Dane:**

$$R = 1150 \Omega$$

$$I = 0,2 \text{ A}$$

**Szukane:**

$$U = ?$$

**Obliczenia:**

$$U = 1150 \Omega \cdot 0,2 \text{ A} = 230 \text{ V}$$

**Odpowiedź:**

Napięcie przyłożone do żarówki wynosi  $230 \text{ V}$ .

Przez grzałkę czajnika elektrycznego włączonego do napięcia  $230 \text{ V}$  przepływa prąd o natężeniu  $250 \text{ mA}$ . Oblicz, ile wynosi opór elektryczny grzałki.

**Rozwiązanie:**

$$U = R \cdot I / : I$$

$$R = \frac{U}{I}$$

**Dane:**

$$I = 250 \text{ mA} = 0,25 \text{ A}$$

$$U = 230 \text{ V}$$

**Szukane:**

$$R = ?$$

**Obliczenia:**

$$R = \frac{230 \text{ V}}{0,25 \text{ A}} = 920 \Omega$$

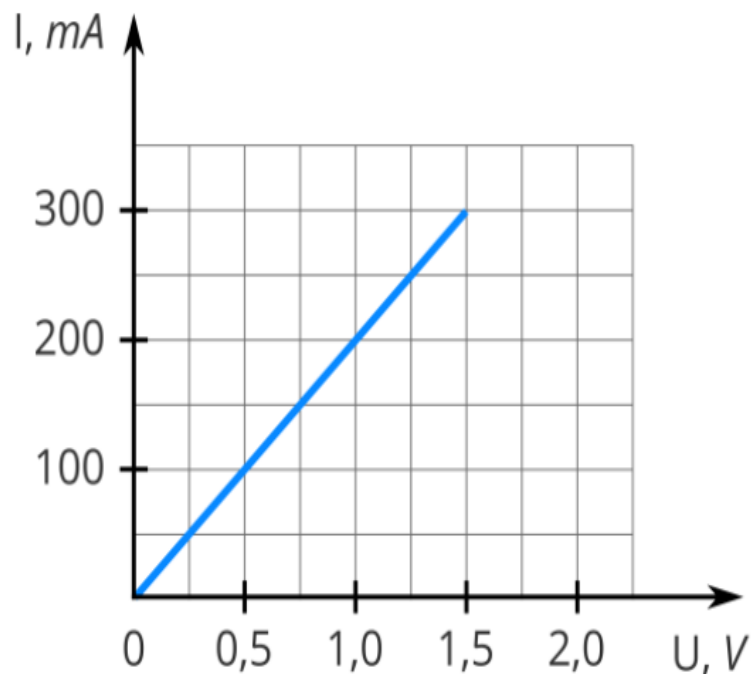
**Odpowiedź:**

Opór grzałki jest równy  $920 \Omega$ .

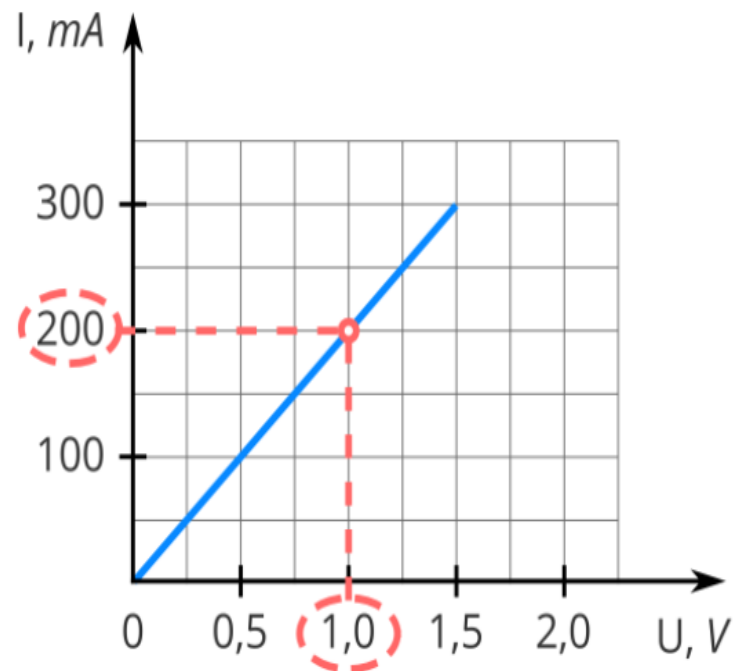
# Elektrotechnika

## Prawo Ohma

Na podstawie poniższego wykresu oblicz opór elektryczny odbiornika.



**Wskazówka:** Wybierz dowolny punkt leżący na niebieskiej linii.





# Elektrotechnika

## Prawo Ohma

Georg Ohm (1789–1854) był niemieckim nauczycielem fizyki i **profesorem matematyki** na politechnice w Norymberdze, a potem na uniwersytecie w Monachium.



**Rozwiązanie:**

Aby wyznaczyć wartość oporu elektrycznego, należy znać natężenie prądu płynącego przez odbiornik oraz wartość napięcia elektrycznego.

**Wzór:**

$$R = \frac{U}{I}$$

**Dane (odczytane z wykresu):**

$$U = 1,0 \text{ V} = 1 \text{ V}$$

$$I = 200 \text{ mA} = 0,2 \text{ A}$$

**Szukane:**

$$R = ?$$

**Obliczenia:**

$$R = \frac{1 \text{ V}}{0,2 \text{ A}} = 5 \Omega$$

**Odpowiedź:**

Opór elektryczny odbiornika wynosi  $5 \Omega$ .

Uwaga: sprawdź, czy wybór innego punktu wykresu zmieni wyznaczoną wartość oporu.

# Elektrotechnika

## Opór elektryczny

Od czego zależy opór?

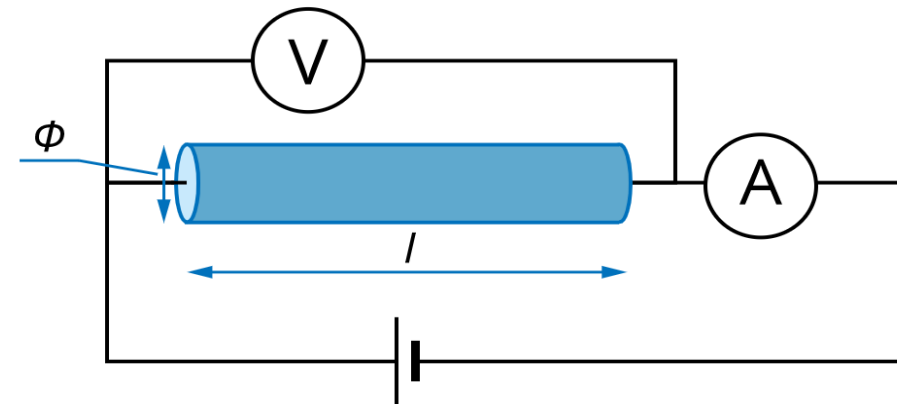
Opór elektryczny przewodnika zależy od: oporu właściwego ( $\rho$ ), długości przewodnika ( $l$ ) i pola jego przekroju poprzecznego ( $S$ ):

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Wzór ten definiuje opór właściwy materiału i może zostać przekształcony do postaci:

$$\rho = R \frac{S}{l},$$

która może posłużyć do doświadczalnego wyznaczania tej wielkości fizycznej dla badanego materiału.



Rys. 1. By określić opór właściwy materiału musimy zmierzyć jego długość  $l$ , średnicę przekroju  $\phi$ , a także zmierzyć natężenie prądu  $A$  płynącego przez niego po przyłożeniu do jego końców napięcia  $U$ .

# Elektrotechnika

## Opór elektryczny

Jak zmieni się opór przewodnika, jeśli w jego lewej połowie podwoimy pole przekroju poprzecznego, a w prawej - dwukrotnie zmniejszymy?

Sytuację tę można sobie wyobrazić jako połączenie szeregowe dwóch przewodników o tym samym oporze właściwym, długości  $\frac{l}{2}$  i polach przekroju odpowiednio  $2S$  oraz  $\frac{S}{2}$ .  
Opór zastępczy wyniesie

$$R_Z = R_1 + R_2 = \rho \frac{l}{2S} + \rho \frac{l}{\frac{S}{2}}$$

$$R_Z = \frac{\rho l}{2} \left( \frac{1}{2S} + \frac{2}{S} \right) = \frac{5}{4} \rho \frac{l}{S}$$

A zatem opór zwiększy się.

# Elektrotechnika

## Opór elektryczny

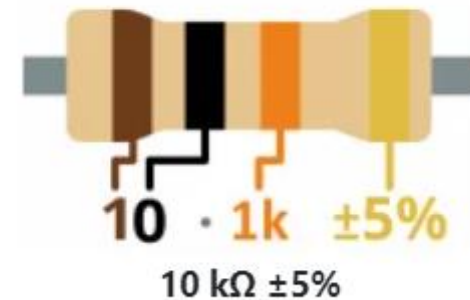
### Elektrotechnika- Rezystor

Rezystancja nominalna/znamionowa - rezystancja podawana przez producenta na obudowie rezystora.

Tolerancja rezystora to odchylenie rezystancji, które może różnić wartość nominalną od zmierzonej w temperaturze 25 °C bez przyłożonego obciążenia.

Innymi słowy, tolerancja rezystora to wartość o którą, rezystancja opornika może zmieniać się od podanej wartości.

Kod paskowy rezystora 10 kΩ:



# Elektrotechnika

## Rezystory

Elektrotechnika- Rezystor

Rezytor oznaczony kolorami:

**brązowy, szary, pomarańczowy,**

**złoty**, według tabeli będzie to

**18 x 1k $\Omega$** , czyli **18k $\Omega$**  tolerancja **5%**,

więc rezystor może przyjmować wartości:

$$18k * 5\% = 18000 * 0,05 = 900[\Omega]$$

$$18k - 900 = 17,1k[\Omega]$$

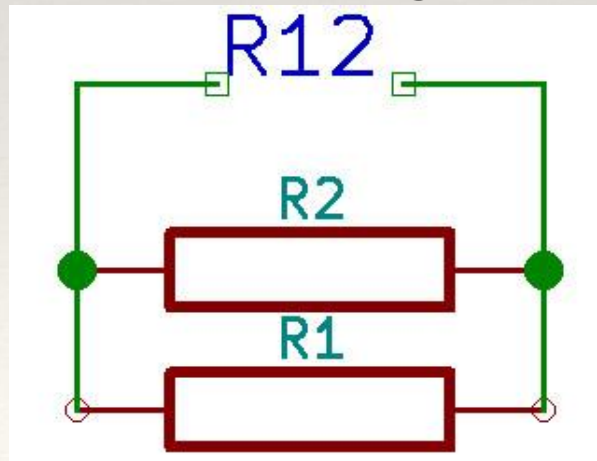
$$18k + 900 = 18k9[\Omega]$$



# Elektrotechnika

## Rezystory

Elektrotechnika- Równoległe i szeregowe połączenia oporników  
Rezystory można łączyć ze sobą. Cel takich działań może być różny – uzyskanie określonej rezystancji, zwiększenie mocy, budowa dzielnika napięcia. W połączeniu szeregowym uzyskana oporność jest sumą rezystancji łączonych oporników. Połączenie równoległe skomplikowanych nie jest.



# Elektrotechnika

## Rezystory

### Elektrotechnika- Równoległe i szeregowe połączenia oporników



Rezystancja  $R_{12}$ , jaką otrzymamy w wyniku takiego połączenia, wyraża się wzorem:

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Jeśli rezystorów połączonych równoległe jest więcej, to wzór wygląda tak:

$$\frac{1}{R_{1n}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Połączmy więc nasze rezystorki 17,81k $\Omega$  i 11,82k $\Omega$  równoległe i policzmy uzyskaną oporność za pomocą drugiego wzoru:

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{17,81} + \frac{1}{11,82}$$

po sprowadzeniu do wspólnego mianownika:

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{11,82}{17,81 \cdot 11,82} + \frac{17,81}{11,82 \cdot 17,81} = \frac{29,63}{210,5142} = \frac{1}{7,1047}$$

Po "odwróceniu" ułamków:

$$R_{12} = 7,1047 \text{ k}\Omega$$



Zobaczmy, czy taki sam wynik uzyskamy za pomocą pierwszego wzoru, który wydaje się być wygodniejszym:

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{17,81 \cdot 11,82}{17,81 + 11,82} = \frac{210,5142}{29,63} = 7,1047 \text{ k}\Omega$$

# Elektrotechnika

## Prąd przemienny

Równanie opisujące prąd zmieniający się sinusoidalnie ma postać:

$$i = I_m \sin(\omega t + \Psi_i)$$

gdzie:

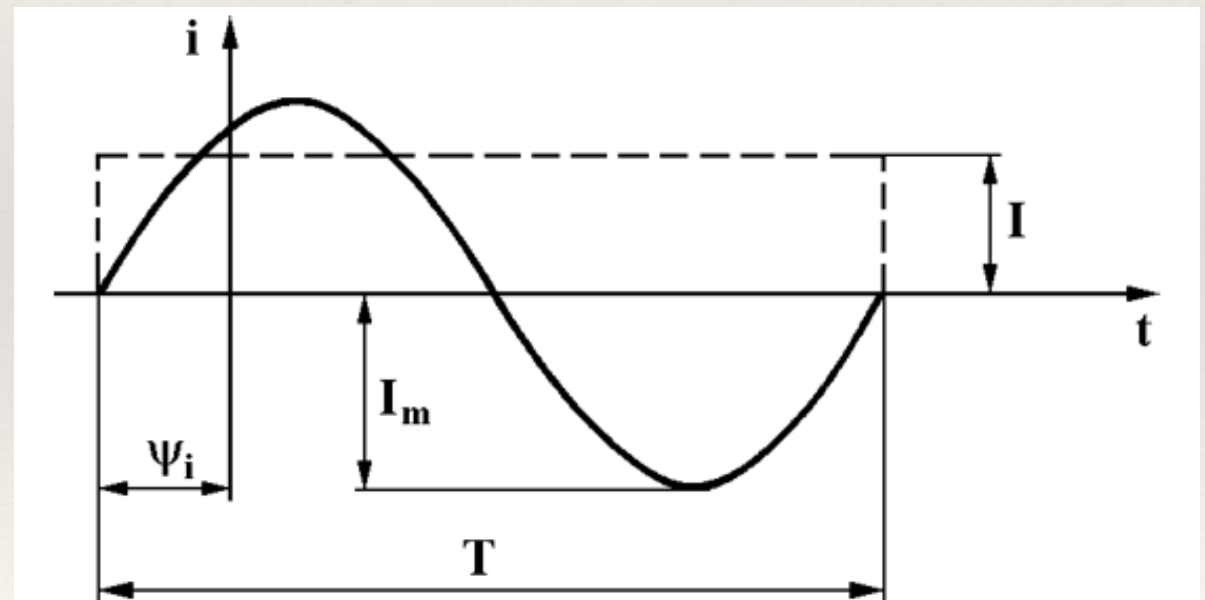
$I_m$  - amplituda prądu,

$\omega$  - pulsacja,  $\omega = 2\pi f$ ,

$f$  - częstotliwość,

$t$  - czas,

$\Psi_i$  - faza początkowa.



Wykres prądu zmieniającego się sinusoidalnie

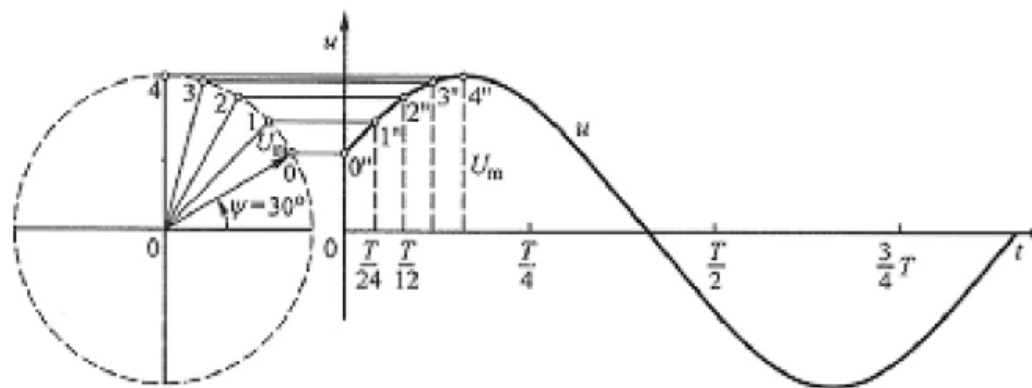


# Elektrotechnika

## Prąd przemienny

Wielkości sinusoidalne można przedstawiać za pomocą wektorów.  
 Związek pomiędzy wirującym z prędkością  $\omega$  wektorem o promieniu  $U_m$ ,  
 a przebiegiem sinusoidalnym przedstawiono na rysunku.

Z wykresu wynika, że rzuty  
 wektora o module równym  
 amplitudzie przebiegu  
 sinusoidalnego, obracającego  
 się z prędkością kątową  $\omega$ ,  
 równą pulsacji tego przebiegu,  
 na oś rzędnych odpowiadają  
 wartościom chwilowym przebiegu.



Związek pomiędzy wektorem wirującym  $U_m$ , a przebiegiem sinusoidalnym powstałym jako rzut  
 wektora obracającego się ze stałą prędkością kątową  $\omega$  [2]

# Elektrotechnika

## Prąd przemienny

W obwodach prądu przemiennego najważniejszą wartością jest wartość skuteczna. W tych wartościach podawane są dane znamionowe odbiorników jak również te wartości mierzą mierniki elektromagnetyczne.

Wartość skuteczna jest to zastępczy prąd stały, który wytwarza tyle samo energii co prąd zmienny w tym samym czasie.

Dla przebiegu sinusoidalnego:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t + \psi_i) dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m$$

# Elektrotechnika

## Prąd przemienny

Napisz wzór przedstawiający zależność napięcia panującego w sieci prądu przemiennego od czasu, jeśli wiadomo że napięcie skuteczne wynosi 110V, a częstotliwość 50 Hz.

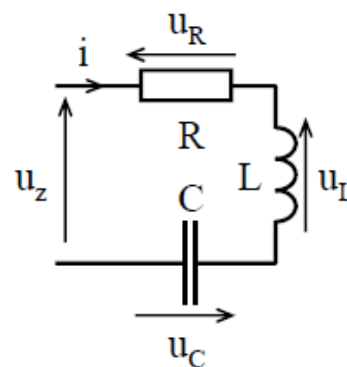
$$\omega = 2\pi f = 100\pi = 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$U_m = U_{sk} \sqrt{2} = 110\sqrt{2}$$

zakładamy oczywiście fazę początkową  $\varphi = 0$

$$U(t) = 110\sqrt{2} \sin(314t) \text{ (takie napięcie w sieci występuje w USA, w Polsce zamiast 110 jest 230)}$$

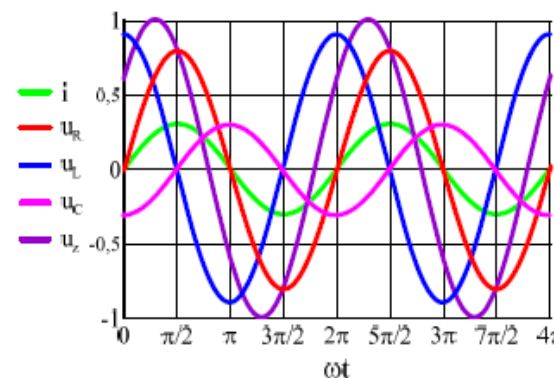
### Gałąź RLC w obwodzie prądu sinusoidalnego <sup>12</sup>



$$i(t) = I_m \sin \omega t$$

$$u_z = u_R + u_L + u_C$$

$$\begin{aligned}
 u_z &= RI_m \sin \omega t + X_L I_m \cos \omega t - X_C I_m \cos \omega t \\
 &= I_m \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \sin(\omega t + \varphi)
 \end{aligned}$$



$$\varphi = \arctan \frac{X_L - X_C}{R}$$

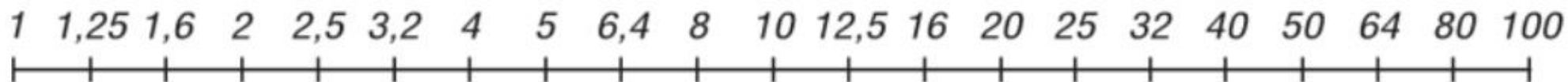
$$-90^\circ < \varphi < 90^\circ$$

$$u_z = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$U_m = I_m \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

# Elektrotechnika

## Wzmocnienie



Na rysunku 1.1b przedstawiono przykładową **skalę logarytmiczną** częstotliwości. Każdym dwu punktom odległym o jednakową odległość odpowiada zawsze taki sam stosunek częstotliwości. Ze skalą logarytmiczną są związane dwa pojęcia — **dekada** i **oktawa**. **Dekada jest to odcinek na skali częstotliwości odpowiadający dziesięciokrotnemu zwiększeniu wartości częstotliwości, oktawa natomiast jest to odcinek na skali częstotliwości odpowiadający ośmiokrotnemu zwiększeniu wartości częstotliwości.** Obydwa pojęcia są najczęściej używane do określenia stromości narastania zboczy charakterystyki częstotliwościowej.

# Elektrotechnika

## Wzmocnienie

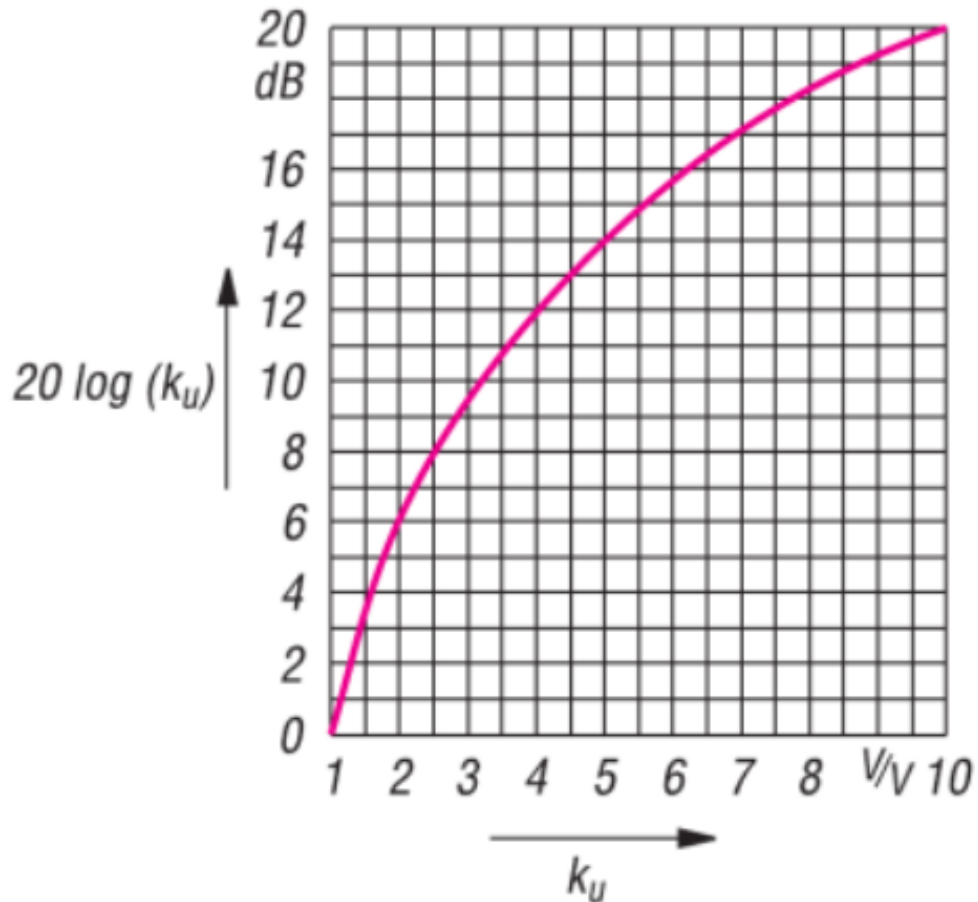
W przypadku wielkości typu wzmocnienie napięciowe wykorzystuje się następującą definicję decybel:

$$K_u[\text{dB}] = 20 \log_{10} \frac{U_2}{U_1}$$

Wzór ten wykorzystywany jest przy analizie charakterystyk amplitudowych filtrów elektronicznych oraz obiektów automatyki, w których np. o sytuacji, gdy 10-krotny wzrost częstotliwości powoduje 10-krotny wzrost napięcia, mówi się o wzroście 20 dB na dekadę. Dla stosunku napięć lub prądów będzie to  $20 \log (U_1/U_2)$ .

# Elektrotechnika

## Wzmocnienie



Rys. 1.2. Zależność wzmocnienia napięciowego wyrażonego w decybelach [dB] od wzmocnienia napięciowego wyrażonego w V/V

# Elektrotechnika

## Wzmocnienie

Odpowiedniki wzmocnienia w mierze liniowej, logarytmicznej i decybelowej

$k_u$	$\lg(k_u)$	$20 \lg(k_u)$
$0,00001 = 10^{-5}$	-5	-100
$0,0001 = 10^{-4}$	-4	-80
$0,001 = 10^{-3}$	-3	-60
$0,01 = 10^{-2}$	-2	-40
$0,1 = 10^{-1}$	-1	-20
$1 = 10^0$	0	0
$10 = 10^1$	1	20
$100 = 10^2$	2	40
$1000 = 10^3$	3	60
$10000 = 10^4$	4	80
$100000 = 10^5$	5	100
$1000000 = 10^6$	6	120

# Elektrotechnika

## Wzmocnienie

Oblicz, jakiej wartości w decybelach odpowiada wartość modułu transmitancji równa 2000?

$$20 \lg(2000) = 20 \lg(2 \cdot 1000) = 20 [\lg(2) + \lg(1000)] = 20 \lg 2 + 20 \lg 1000.$$

Z wykresu przedstawionego na rys 1.2 odczytujemy, że  $20 \lg 2 = 6 \text{ dB}$ , natomiast z tab. 1.1 odczytujemy, że  $20 \lg 1000 = 60 \text{ dB}$ , stąd  $20 \lg 2 + 20 \lg 1000 = 6 \text{ dB} + 60 \text{ dB} = 66 \text{ dB}$ .

Oblicz, jakiej wartości w decybelach odpowiada wartość modułu transmitancji równa 0,055?

$$20 \lg(0,055) = 20 \lg(5,5 \cdot 0,01) = 20 [\lg(5,5) + \lg(0,01)] = 20 \lg(5,5) + 20 \lg(0,01).$$

Z wykresu przedstawionego na rys. 1.2 odczytujemy, że  $20 \lg(5,5) = 15 \text{ dB}$ , natomiast z tab. 1.1 odczytujemy, że  $20 \lg(0,01) = -40 \text{ dB}$ , stąd  $20 \lg(5,5) + 20 \lg(0,01) = 15 \text{ dB} - 40 \text{ dB} = -25 \text{ dB}$ .



# Kompetencje matematyczne w przedmiotach zawodowych

„Produktem” edukacji powinien być człowiek przygotowany do życia we współczesnym świecie, podejmowania wyzwań przyszłości. Jest to młody człowiek, który będzie miał nie tyle szeroką wiedzę z różnych dziedzin, ale przede wszystkim określone kompetencje. Wśród nich ważną rolę odgrywają kompetencje matematyczne. Obejmują one umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji, w tym w pracy zawodowej.



# Dziękuję za uwagę!

Zbigniew Porada

Doradca metodyczny- przedmioty zawodowe

Miasto Kraków, Powiat Krakowski, Powiat Olkuski.

Małopolskie Centrum Doskonalenia Nauczycieli Oddział

Kraków, ul. Garbarska 1;

*Dyżur: środa 13.30-15.00 (lub po umówieniu telefonicznym)*

Zespół Szkół nr 1 im. Św. Rafała Kalinowskiego w Krakowie,  
ul. Ułanów 3;

**Kontakt: [z.porada@mcdn.edu.pl](mailto:z.porada@mcdn.edu.pl)**

