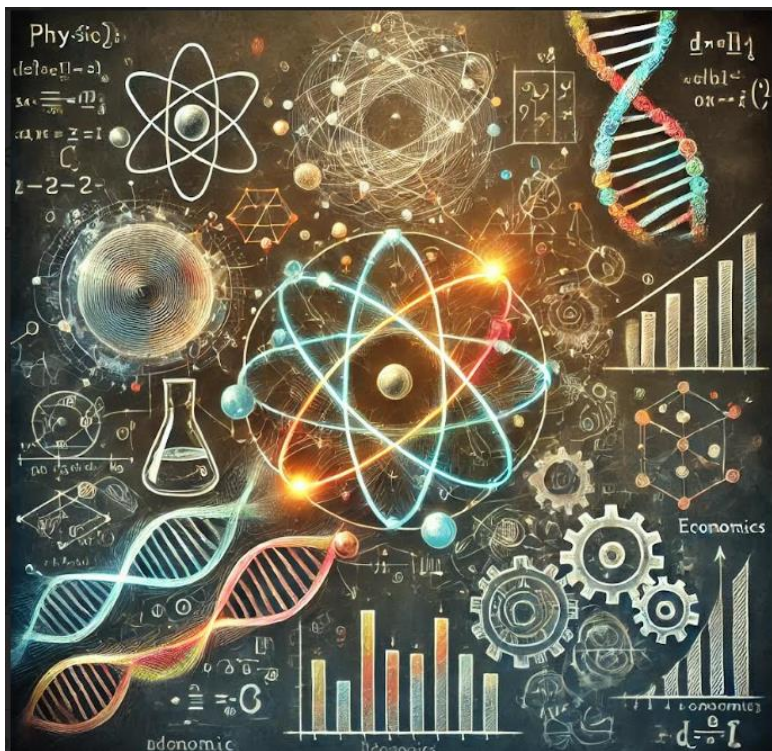


# Matematyka w Akcji – Kształtowanie Myślenia Analitycznego poprzez Działania Interdyscyplinarne – konferencja





## Wprowadzanie interdyscyplinarności w edukacji matematycznej w szkole

Tomasz Szwed

szwedphd@gmail.com



# Mój punkt widzenia

- Poezja
- Przyszłość uczniów
- Patrzenie interdyscyplinarne (szerokie myślenie o matematyce)
- Nauczanie interdyscyplinarne
- Pewna metafora

# **Matematyk zrobi to lepiej**

Hugo Steinhaus



Problem to szansa, by dać z siebie wszystko.

**Każdy problem to furtka do wielkości – okazja, by rozwinąć skrzydła i pokazać, na co naprawdę cię stać.**

**A problem is a chance for you to do your best.**

**Respice  
finem ...**



**Zadanie 1. (0–2)**

W chwili początkowej ( $t = 0$ ) zainicjowano pewną reakcję chemiczną, w której brał udział związek A.

W wyniku tej reakcji masa  $m$  związku A zmieniała się w czasie zgodnie z zależnością

$$m(t) = a \cdot 2^{-0,05 \cdot t} + b \quad \text{dla} \quad t \geq 0$$

gdzie:

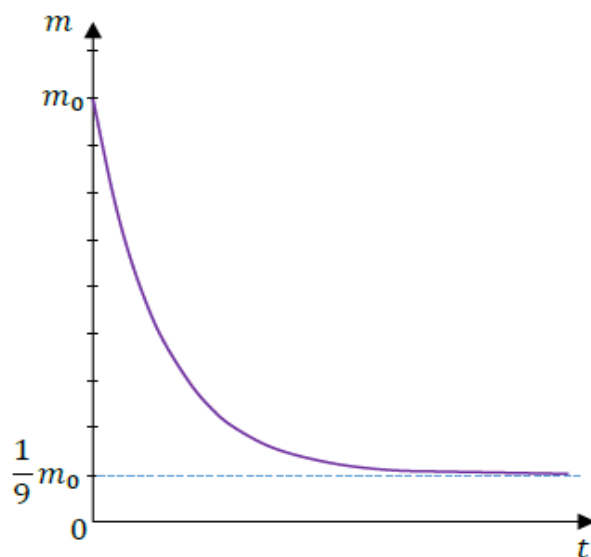
$m$  – masa związku A wyrażona w gramach,

$t$  – czas wyrażony w sekundach (liczony od chwili  $t = 0$ ),

$a, b$  – współczynniki liczbowe.

Masa początkowa związku A (tj. masa w chwili  $t = 0$ ) była równa  $m_0$  gramów.

Po osiągnięciu stanu równowagi (tj. gdy  $t \rightarrow \infty$ ) masa tego związku była równa  $\frac{1}{9}$  jego masy początkowej (zobacz rysunek).



Oblicz, po ilu sekundach (licząc od chwili zainicjowania tej reakcji) przereagowało 87,5 % masy początkowej tego związku. Zapisz obliczenia.

**Zadanie 32. (0–2)**

Właściciel sklepu z zabawkami przeprowadził lokalne badanie rynkowe dotyczące wpływu zmiany ceny zestawu klocków na liczbę kupujących ten produkt. Z badania wynika, że dzienny przychód  $P$  ze sprzedaży zestawów klocków, w zależności od kwoty obniżki ceny zestawu o  $x$  zł, wyraża się wzorem

$$P(x) = (70 - x)(20 + x)$$

gdzie  $x$  jest liczbą całkowitą spełniającą warunki  $x \geq 0$  i  $x \leq 60$ .

**Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–E.**

|              |                                                                                               |  |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <b>32.1.</b> | Dzienny przychód ze sprzedaży zestawów klocków będzie największy, gdy liczba $x$ jest równa   |  |
| <b>32.2.</b> | Dzienny przychód ze sprzedaży zestawów klocków będzie równy 800 zł, gdy liczba $x$ jest równa |  |

**A. 25****B. 30****C. 45****D. 50****E. 60**

### Zadanie 1. (0–2)

W chwili początkowej ( $t = 0$ ) filiżanka z gorącą kawą znajduje się w pokoju, a temperatura tej kawy jest równa  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Temperatura w pokoju (temperatura otoczenia) jest stała i równa  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Temperatura  $T$  tej kawy zmienia się w czasie zgodnie z zależnością

$$T(t) = (T_p - T_z) \cdot k^{-t} + T_z \quad \text{dla} \quad t \geq 0$$

gdzie:

$T$  – temperatura kawy wyrażona w stopniach Celsjusza,

$t$  – czas wyrażony w minutach, liczony od chwili początkowej,

$T_p$  – temperatura początkowa kawy wyrażona w stopniach Celsjusza,

$T_z$  – temperatura otoczenia wyrażona w stopniach Celsjusza,

$k$  – stała charakterystyczna dla danej cieczy.

Po 10 minutach, licząc od chwili początkowej, kawa ostygła do temperatury  $65\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

**Oblicz temperaturę tej kawy po następnych pięciu minutach. Wynik podaj w stopniach Celsjusza, w zaokrągleniu do jedności. Zapisz obliczenia.**

### Zadanie 31. (0–4)

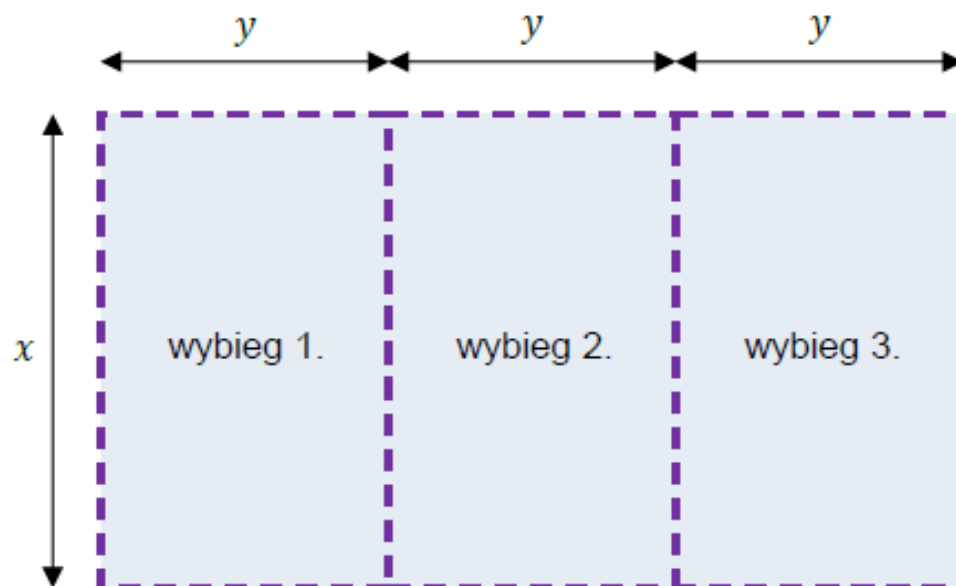
W schronisku dla zwierząt, na płaskiej powierzchni, należy zbudować ogrodzenie z siatki wydzielające trzy identyczne wybiegi o wspólnych ścianach wewnętrznych.

Podstawą każdego z tych trzech wybiegów jest prostokąt (jak pokazano na rysunku).

Do wykonania tego ogrodzenia należy zużyć 36 metrów bieżących siatki.

Schematyczny rysunek trzech wybiegów (widok z góry).

Linia przerywaną zaznaczono siatkę.

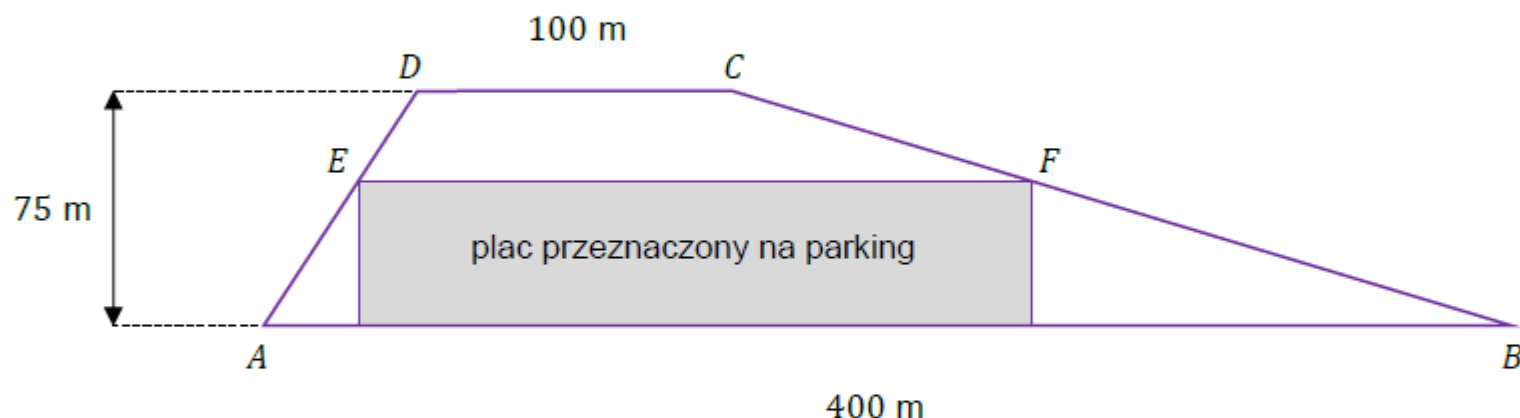


Oblicz wymiary  $x$  oraz  $y$  jednego wybiegu, przy których suma pól podstaw tych trzech wybiegów będzie największa. W obliczeniach pominięj szerokość wejścia na każdy z wybiegów. Zapisz obliczenia.

**Zadanie 33. (0–4)**

Działka ma kształt trapezu. Podstawy  $AB$  i  $CD$  tego trapezu mają długości  $|AB| = 400$  m oraz  $|CD| = 100$  m. Wysokość trapezu jest równa 75 m, a jego kąty  $DAB$  i  $ABC$  są ostre.

Z działki postanowiono wydzielić plac w kształcie prostokąta z przeznaczeniem na parking. Dwa z wierzchołków tego prostokąta mają leżeć na podstawie  $AB$  tego trapezu, a dwa pozostałe –  $E$  oraz  $F$  – na ramionach  $AD$  i  $BC$  trapezu (zobacz rysunek).



**Wyznacz długości boków prostokąta, dla których powierzchnia wydzielonego placu będzie największa. Wyznacz tę największą powierzchnię. Zapisz obliczenia.**

*Wskazówka:*

*Aby powiązać ze sobą wymiary prostokąta, skorzystaj z tego, że pole trapezu  $ABCD$  jest sumą pól trapezów  $ABFE$  oraz  $EFCD$ :*

$$P_{ABCD} = P_{ABFE} + P_{EFCD}$$

### Zadanie 33. (0–4)

Zakład stolarski produkuje krzesła, które sprzedaje po 196 złotych za sztukę. Właściciel, na podstawie analizy rzeczywistych wpływów i wydatków, stwierdził, że:

- przychód  $P$  (w złotych) ze sprzedaży  $x$  krzesel można opisać funkcją  $P(x) = 196x$
- koszt  $K$  (w złotych) produkcji  $x$  krzesel dziennie można opisać funkcją

$$K(x) = 4x^2 + 4x + 240$$

Dziennie w zakładzie można wyprodukować co najwyżej 30 krzesel.

**Oblicz, ile krzesel powinien dziennie sprzedawać zakład, aby zysk ze sprzedaży krzesel wyprodukowanych przez ten zakład w ciągu jednego dnia był możliwie największy. Oblicz ten największy zysk.**

**Zapisz obliczenia.**

*Wskazówka: przyjmij, że zysk jest różnicą przychodu i kosztów.*

### Zadanie 11.



Pusta bańka na mleko o pojemności 10 litrów ma masę 6,5 kg.

Jeden litr mleka ma masę 1,03 kg.

Niech  $x$  oznacza liczbę litrów mleka w tej bańce, a  $f(x)$  oznacza wyrażoną w kilogramach masę bańki wraz z mlekiem, gdzie  $x \in [0, 10]$ .

#### Zadanie 11.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

|                                     |   |   |
|-------------------------------------|---|---|
| Funkcja $f$ jest malejąca.          | P | F |
| Funkcja $f$ nie ma miejsc zerowych. | P | F |

### Zadanie 1. (0–2)

Ładunek elektryczny zgromadzony w kondensatorze można opisać zależnością

$$Q(t) = Q_0 \cdot \beta^{-t} \quad \text{dla } t \geq 0$$

gdzie:

$Q_0$  – ładunek elektryczny zgromadzony w kondensatorze w chwili początkowej ( $t = 0$ )  
wyrażony w milikulombach

$Q$  – ładunek elektryczny zgromadzony w kondensatorze w chwili  $t$  (licząc od chwili początkowej) wyrażony w milikulombach

$\beta$  – stała dodatnia

$t$  – czas wyrażony w sekundach.

Wiadomo, że w chwili  $t = 4$  s w kondensatorze był zgromadzony ładunek 2 milikulombów, a w chwili  $t = 6$  s – ładunek 18 milikulombów.

**Oblicz, ile milikulombów ładunku było zgromadzone w tym kondensatorze w chwili  $t = 5$  s. Zapisz obliczenia.**

# Możliwe konteksty

- Biologia
- Chemia
- Fizyka
- Ekonomia
- Zdrowie
- ...



**Królowa Nauk wymaga uwagi!**

$$\log(1 + 2 + 3) = \log 1 + \log 2 + \log 3$$

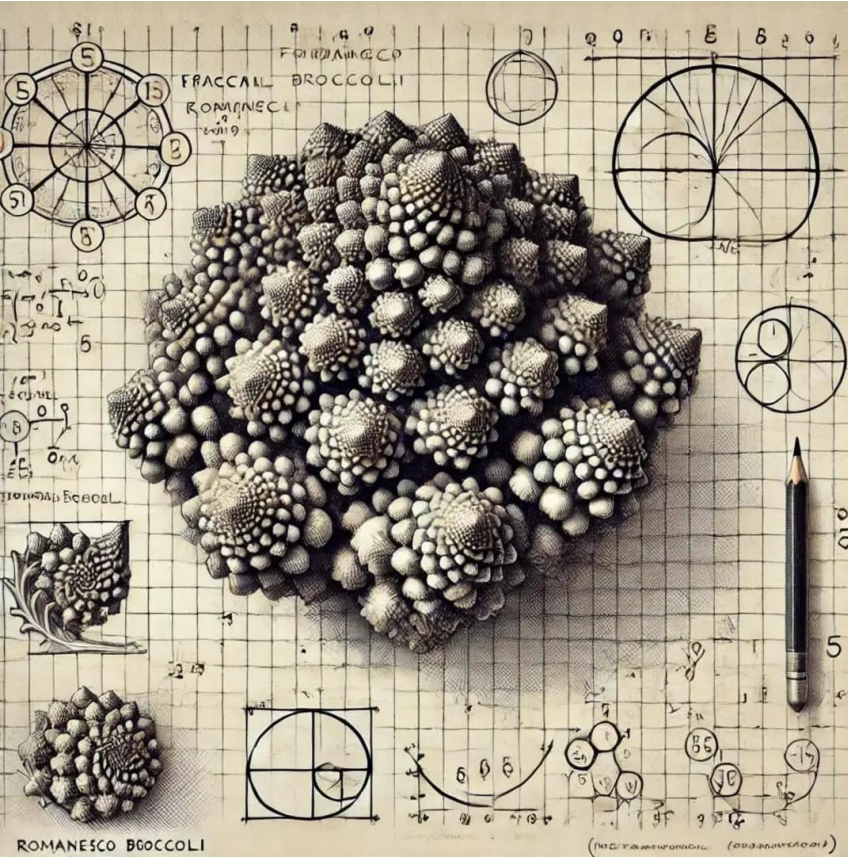
$$\log(1 + 2 + 3) = \log 6 = \log (1 \cdot 2 \cdot 3) = \\ = \log 1 + \log 2 + \log 3$$



**Geometria to wiedza istniejąca  
poza czasem.**

**Geometry is knowledge of eternally existent.**

Platon

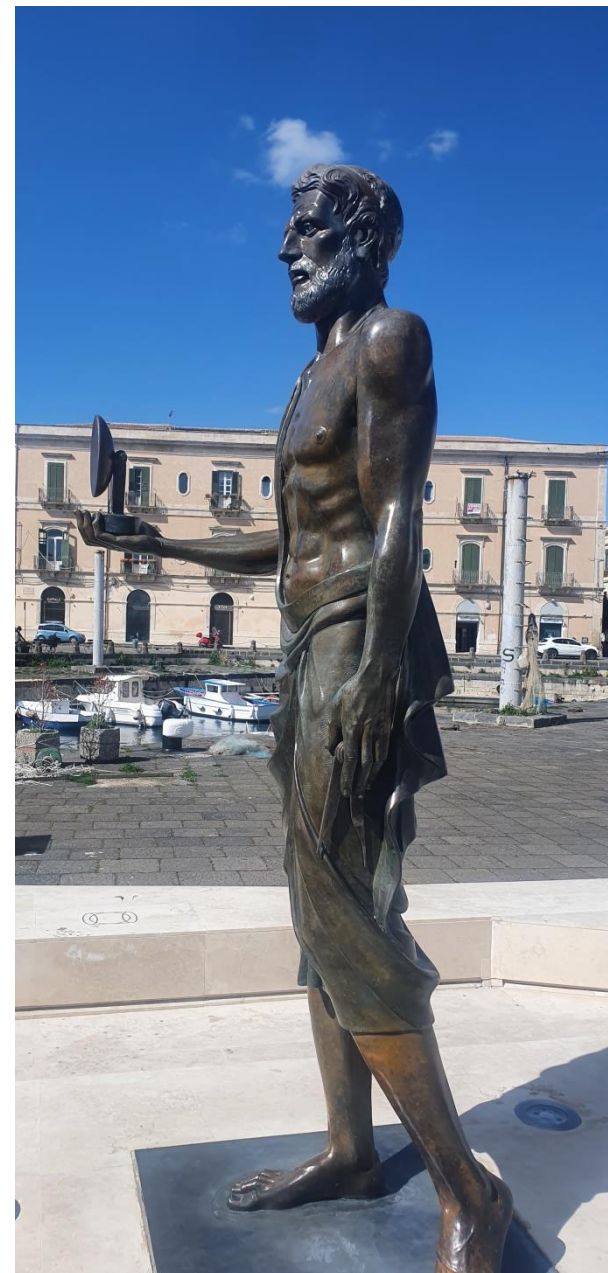


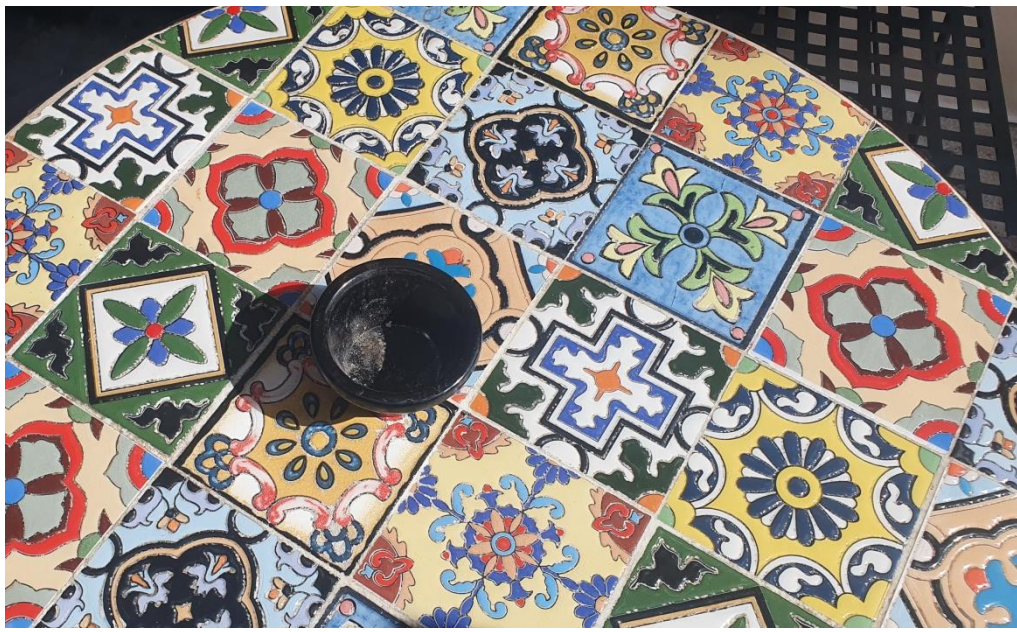
# Felgologia i felgometria





**Opowieści z podróży. Syrakuzy i Archimedes**

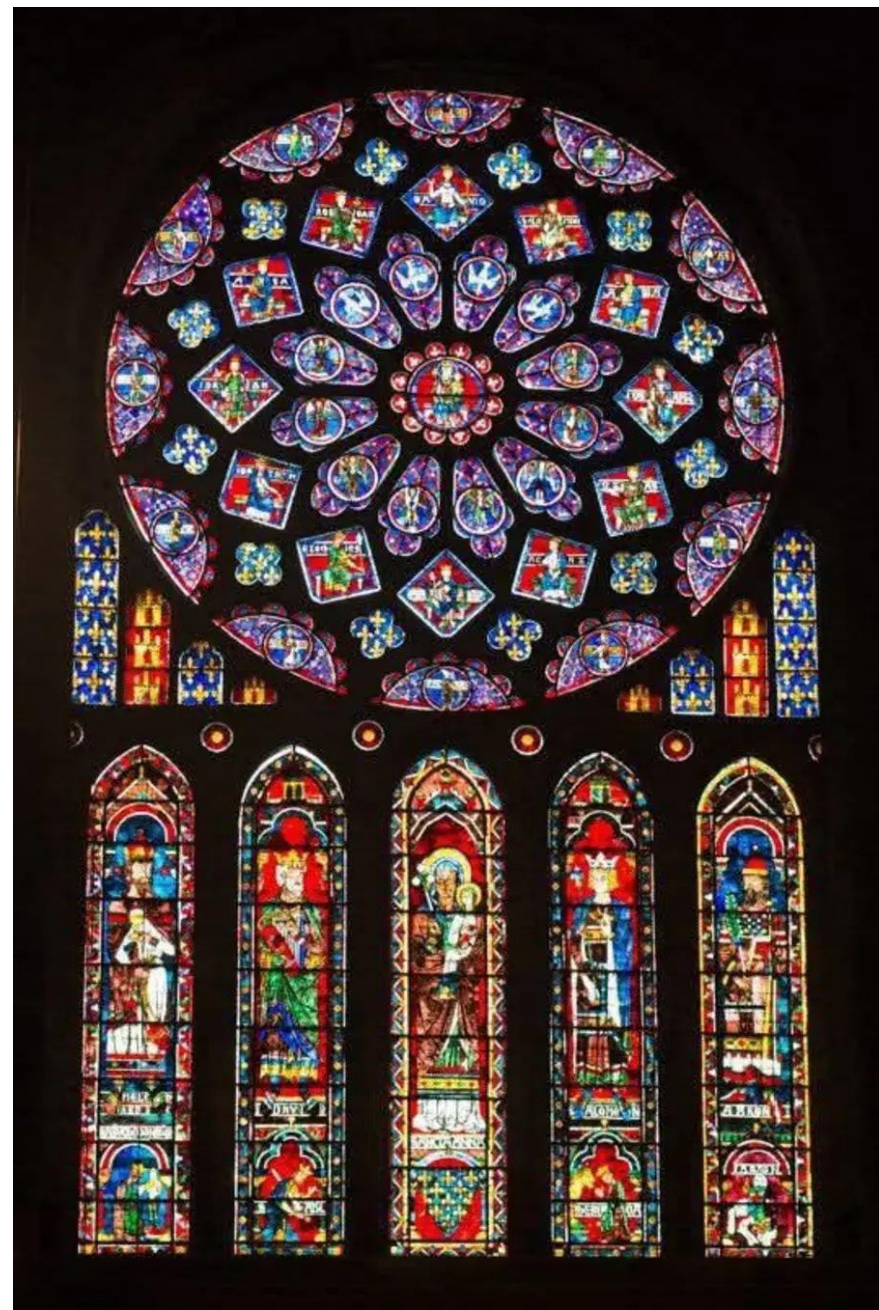
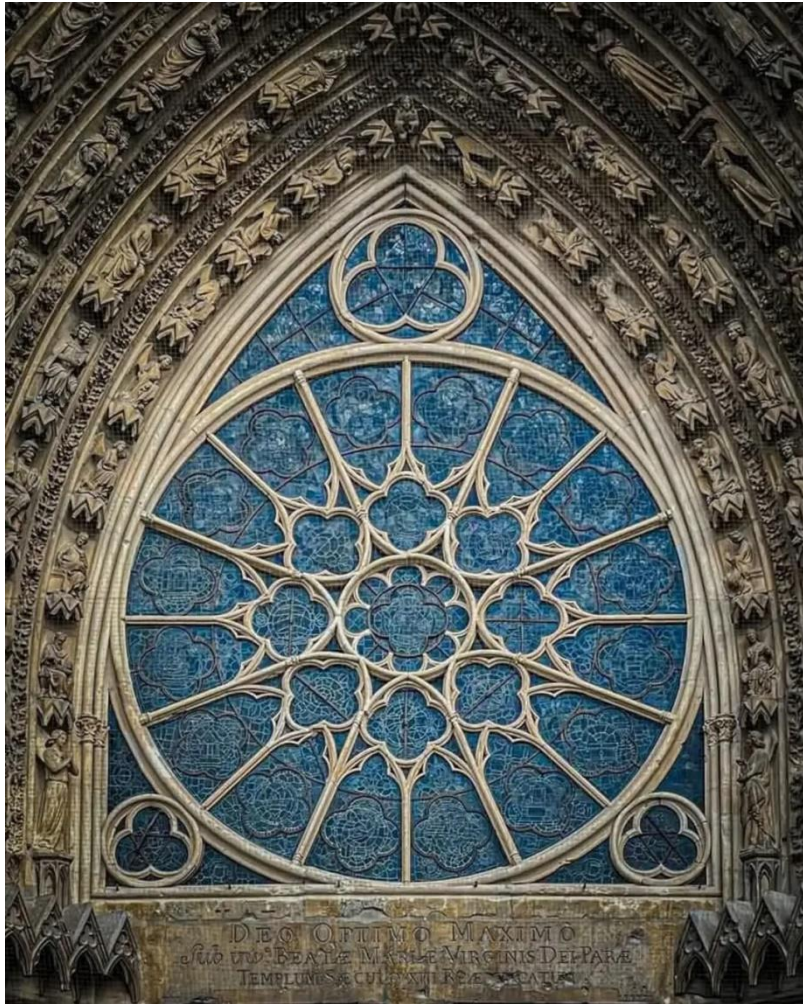
















**Bergamo**



Rozeta

Kołbacz, Cystersi

## **Matematyka? Kiedy ja tego w ogóle użyję?**

Okazuje się, że matematyka uczy nas jak:

myśleć krytycznie **analizować informacje**  
podejmować przemyślane decyzje **nie ustawać w wysiłkach**  
**nie** poddawać się **planować do przodu** stosować  
uprzednio zdobytą wiedzę **interpretować**  
**informację** rozwiązywać problemy tworzyć  
powiązania i szukać zależności **odkrywać wzorce**  
*przewidywać rozwiązania i rezultaty konkretnych*  
*działań* **myśleć abstrakcyjnie** właściwie  
korzystać z narzędzi *być precyzyjnym i dokładnym* wyjaśniać  
i tłumaczyć **uczyć się na błędach** myśleć  
ilościowo **uzasadniać** dostrzegać piękno  
w otaczającym nas świecie **odkrywać zależności**  
między obiektami geometrycznymi **szybko**  
**i jednocześnie dokładnie myśleć**  
tworzyć podstawy do wykonywania dobrego  
zawodu w przyszłości **kiedyś pomóc swoim**  
**własnym dzieciom w uczeniu się matematyki**

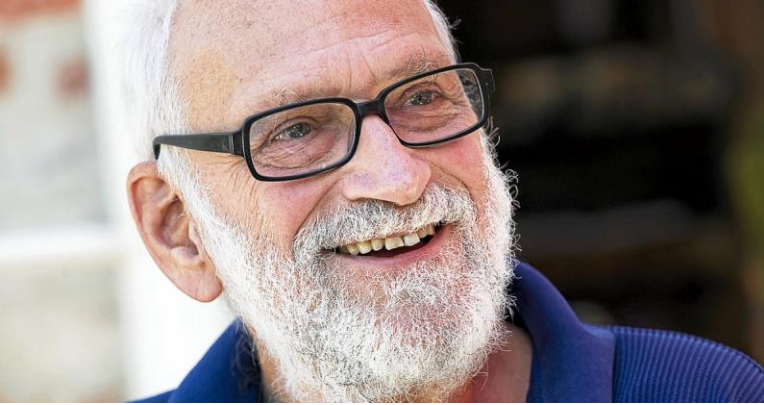
Drogi uczniu, uczennico, **ZMIEN** swój sposób myślenia  
o korzyściach, jakie daje Ci uczenie się matematyki.

# THE MOST MOTIVATIONAL POSTER

$$1.01^{365} = 37.8$$

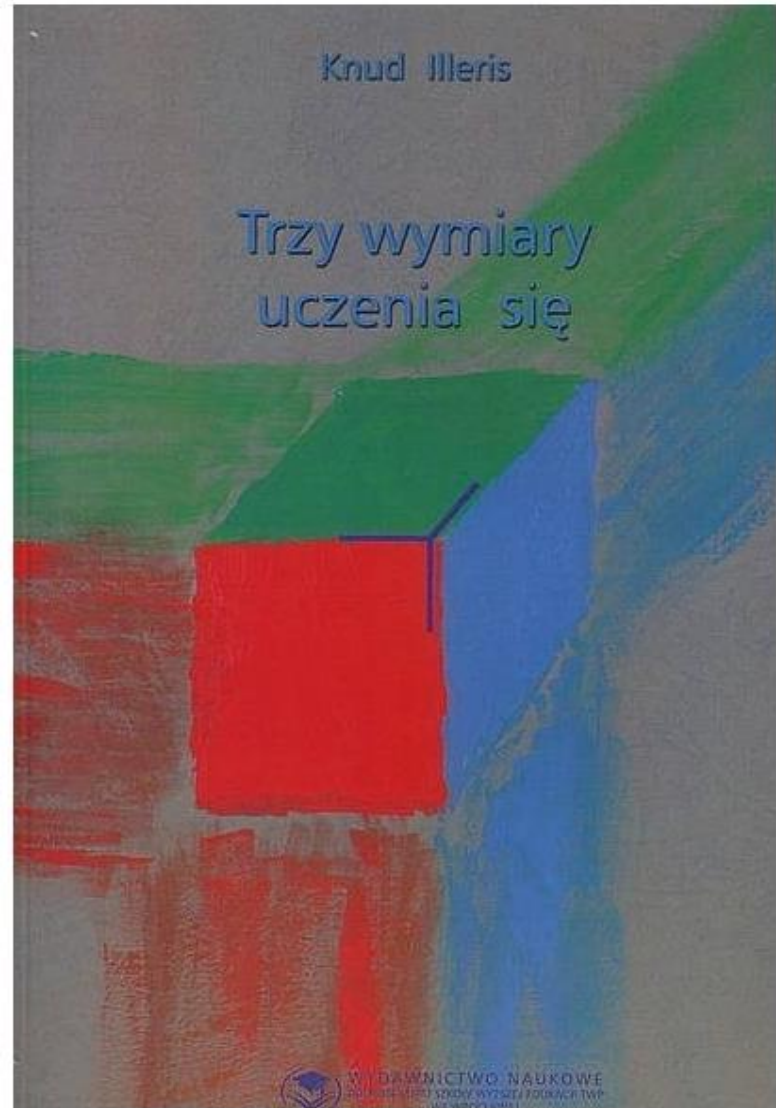
$$0.99^{365} = 0.03$$

**EVER**



Wymiar:

- Poznawczy
- Psychodynamiczny
- Społeczny



STANISŁAS  
DEHAENE

# JAK SIĘ UCZYMY?

Dlaczego mózgi uczą się  
lepiej niż komputery...

...jak dotąd



# **UWAGA**

Wiedza nie jest za darmo.  
Trzeba za nią zapłacić uwagą.

# **AKTYWNE ZAANGAŻOWANIE, ciekawość**

Warto się postarać

**INFORMACJE ZWROTNE** o błędach i efektach.

# **KONSOLIDACJA**

Trudnych rzeczy trzeba się uczyć dłużej.



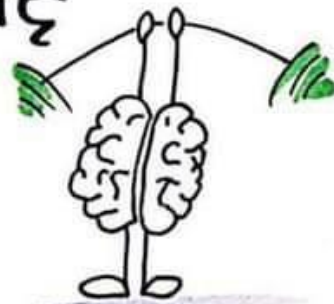
Zdolność do uczenia się



to dar

Umiejętność uczenia się  
to rezultat treningu

Chęć do uczenia się  
to już kwestia wyboru.

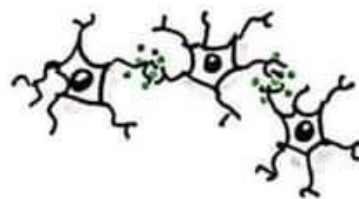


autor

Brian Herbert

poszukiwacz  
wiedzy

Tomasz Szwed



Agata Baj sketchnoter

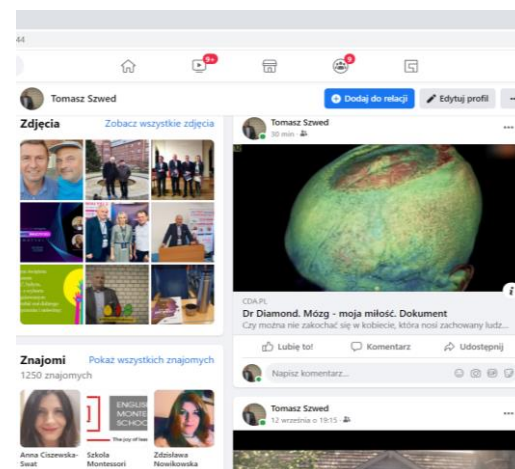
*A jak kto może się uczyć, a nie chce,  
to dla niego żadnego usprawiedliwienia nie ma.*

Michałowa z Ranczo, 5 kwietnia 2015



Marta Lipińska

# Mózg moja miłość – dr Marion Diamond



# Czynniki wpływające na rozwój mózgu i uczenia się:



**NOWOŚCI**





**„... nie wolno narzucać jednej metody nauczania.  
Żadna nie jest najlepsza.**

**Istnieje za to najgorsza.**

**Najgorszą metodą nauczania jest stosowanie tylko jednej metody”**

M. Karpiński, *Czy każdego można nauczyć matematyki?*, [w: Red. W. Bobiński, *Kształcenie nauczyciel – wyzwanie i zaangażowanie*, Universitas, Kraków 2019, s. 160.







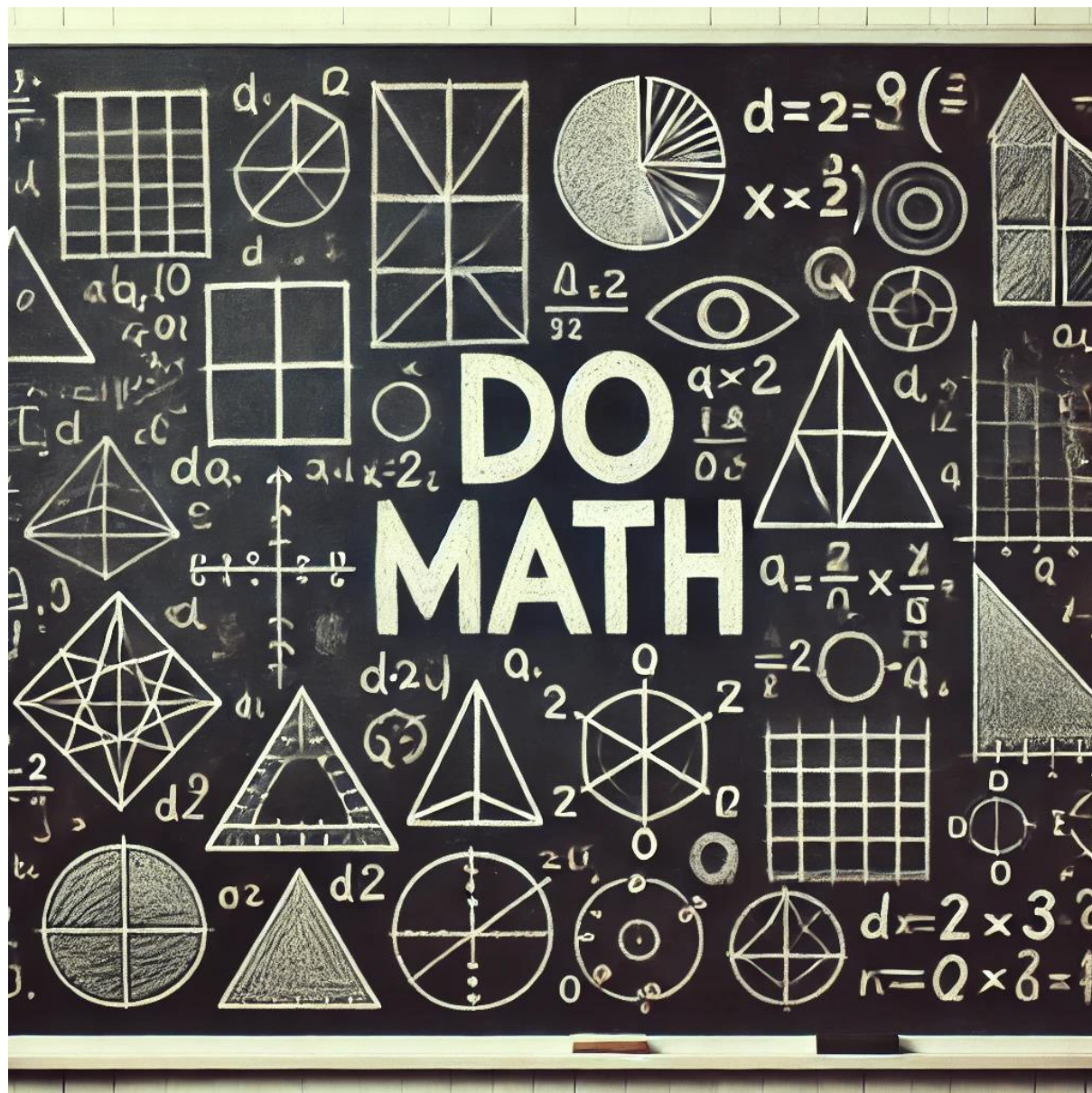
Co ma jajko do ... nauczania matematyki?

**LEKCJA**

**część merytoryczna + otoczka**

# Żółtko

- Treści matematyczne
- Zapis, notacja
- Schematy
- Definicje, twierdzenia, własności
- Rozumienie pojęć
- Pomysły na zadania i ich rozwiązania
- Matematyczny proces twórczy, dydaktyka przy tablicy...



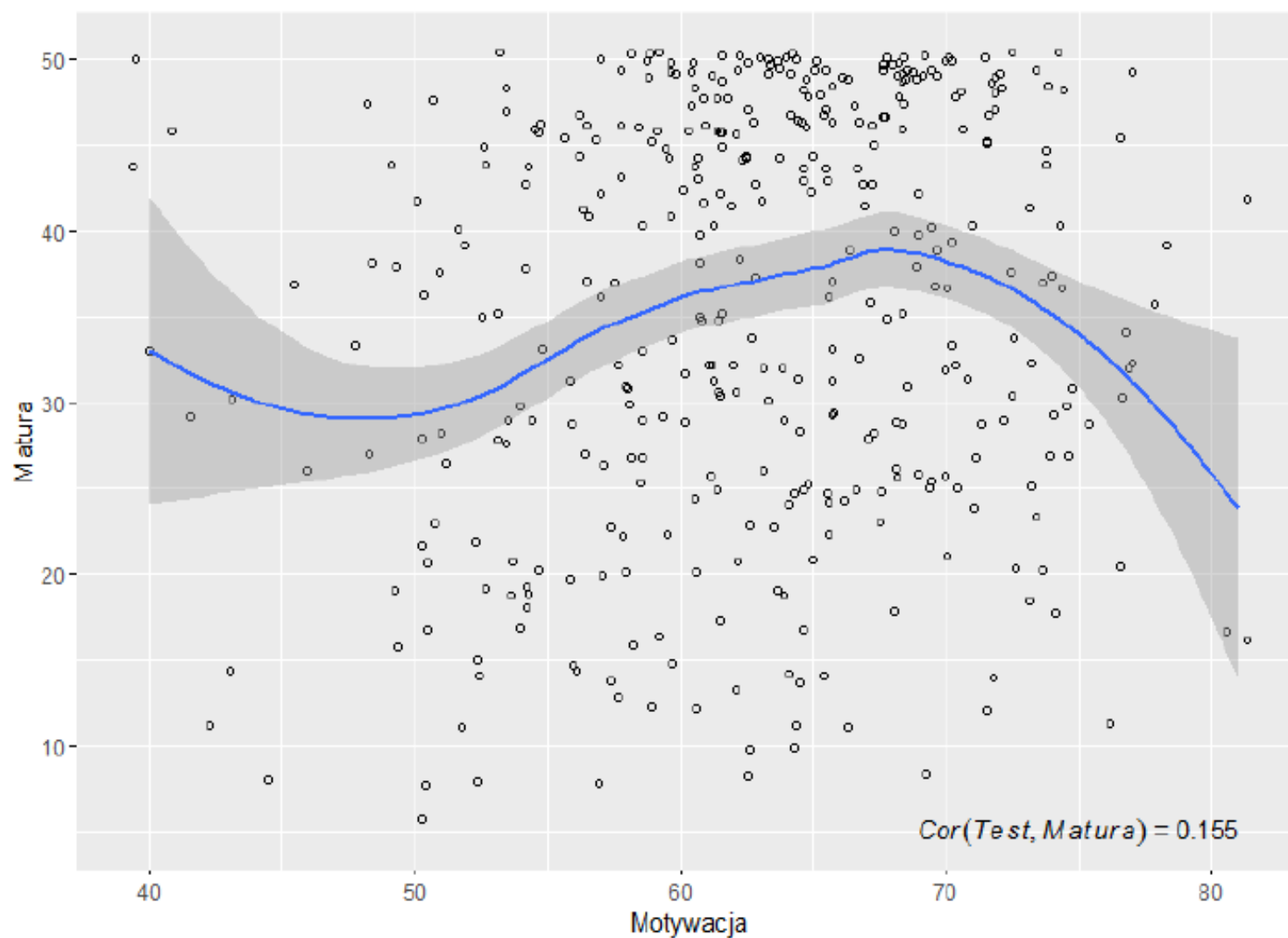
# Białko

- Czytelne przykłady
- Dawka nowości
- Emocje
- Uwaga
- Dowody na użyteczność
- Przykuwanie uwagi żartem
- Ciekawość = napęd eksploracyjny
- Atmosfera
- Autentyczność (wynikająca z osobowości)
- Uwaga na odbiorcę
- Powiązanie z tym, co jest w głowie
- Historia, opowieści



Wojciech GLAC

## Wykres rozproszenia zmiennych Matura – Motywacja



*„Z badań wiemy, że: nie ma związku przyczynowego ani wzajemnego związku między motywacją a uczeniem się. To nauka prowadzi do motywacji. ”*

„How Education Happens”, Paul Kirschner i Carl Hendrick.

Jak tworzyć  
sytuacje,  
w których nauka  
prowadzi do  
motywacji?

1. **Unikanie przeciążenia materiałem.**
  2. Pozwolić **posmakować sukcesu** i satysfakcji już na początku.
  3. **Sukces na wyciągnięcie ręki** - jasno opisać kroki, które sprawiają, że sukces jest w ich zasięgu.
  4. **Oprzeć się na tym, co uczniowie wiedzą** - połączenia do znanych schematów.
- „Uczenie się prowadzi do motywacji” oznacza, że jeśli skoncentrujemy się na naprawdę dobrym nauczaniu uczniów, łatwiej będzie im się uczyć i będą bardziej zmotywowani do kontynuowania nauki.

Motywacja to  
marzenia ubrane  
w ciuchy robocze!

Motywacja przychodzi do  
człowieka zajętego pracą.





# Ramy... otoczenie ma znaczenie

- Rygor, dyscyplina, porządek, szacunek
- Odpowiedzialność, powaga, świadomość celu
- Zasady współpracy, rytuały, nawyki, wymagania
- Obecność na lekcji, czas na naukę,
- 45 minut...

*3002 cegły*

KŁADZIE W CIĄGU 45 MINUT TRÓJKA  
MURARSKA SKÓRZYŃSKIEGO Z MURANDĄ

*A ty ?*

JAK TY WYKORZYSTUJESZ  
45 MINUT LEKCJI W SZKOLE ?



WALCZCIE Z MARNOTRAWSTWEM  
CZASU I LEKCEWĄŻENIEM NAUKI!

*Paźnijcie teniów i nierobów!*

BIJCIE SIĘ O LEPSZE  
WYNIKI W NAUCE!

Jesteśmy tym, co  
w swoim życiu powtarzamy.

**Doskonałość** nie jest  
jednorazowym aktem,  
lecz nawykiem.

Arystoteles





**21 marca 2025, lekcja 1. i 2.  
2. LO w Raciborzu, klasa 2A**

